Algoritmi spontanei in classi multiculturali

Spontaneous algorithms in multicultural classes

Giovanni Giuseppe Nicosia
Nucleo di Ricerca in Didattica della matematica, Bologna – Italia

ESPERIENZA DIDATTICA

Sunto / Si presenta una lettura delle proposte spontanee per algoritmi aritmetici fornite da studenti provenienti da famiglie di cultura italiana o non italiana. Tali algoritmi vengono poi usati in un'attività etnomatematica mirata a costruire un sapere matematico interculturale a disposizione di tutti. La teoria del contratto didattico di Brousseau in tale contesto si rivela un utilissimo quadro di riferimento.

Parole chiave: algoritmi; classi multiculturali; cultura familiare; etnomatematica; contratto didattico.

Abstract / This is the report of an attempt to understand spontaneous proposals for arithmetic algorithms coming from students with Italian and non Italian family background in Italian school. These algorithms are then used in an ethnomathematical activity aimed at constructing a cross-cultural mathematic knowledge available to everybody. Brousseau's didactic contract is found to be an useful framework.

Keywords: algorithms; multicultural class; family background; ethnomathematics; didactic contract.

1 Da una diversità interna a classi internazionali e multiculturali

Negli ultimi venticinque anni i processi di globalizzazione e i flussi migratori hanno cambiato significativamente la composizione culturale della scuola italiana. Nei primi anni novanta le classi erano piene di studenti che parlavano una stupefacente varietà di dialetti e lingue e credevano in alcuni diversi sistemi valoriali, ma la larghissima maggioranza apparteneva a comunità con antiche radici in Italia. C'erano alcuni studenti di cittadinanza non italiana, e tra loro alcuni che avevano anche una diversa cultura di riferimento, ma il loro numero totale nel 1997 si aggirava attorno alle 50.000 unità. Si trattava prevalentemente di studenti eritrei o della riva meridionale del Mediterraneo, provenienti da paesi con particolari legami storici col nostro paese. Dopo una decina di anni di rapidissima crescita dei flussi migratori dal Marocco, dai paesi dell'Europa Orientale (in special modo Romania, Albania e Ucraina), dalla Cina e da molti altri paesi, nel 2007 il MIUR censiva più di 500.000 studenti di cittadinanza non italiana nel nostro sistema scolastico infrauniversitario (contando anche la scuola dell'infanzia). Nel 2012 il numero era salito a 786.630, cioè l'8,8% del totale degli studenti del sistema (Colombo & Ongini, 2014).
La maggior parte degli studenti di cittadinanza non italiana che troviamo oggi nelle scuole italiane è nata in Italia da genitori stranieri. Si tratta quindi di giovani membri delle comunità locali, in special modo nei piccoli centri e nelle periferie delle città maggiori, appartenenti a culture storicamente diverse da quella italiana. Sono nuove identità culturali che fanno da cerniera tra visioni, aspettative e sistemi di valori, non senza conflitti interiori e relazionali. Molti di loro non hanno visto il paese d'origine dei genitori se non durante brevi vacanze ed hanno una complessa varietà di atteg-

giamenti in relazione ai valori familiari.
La grande maggioranza degli studenti di cittadinanza non italiana nella scuola secondaria di secondo grado italiana frequenta scuole professionali o tecniche statali costituite da una grande varietà di corsi quinquennali. A volte la loro formazione viene dirottata, al compimento dell'età legale, presso istituti di formazione professionale gestiti da enti pubblici e privati in collaborazione con gli enti locali, che erogano corsi triennali di qualifica in diversi campi.
Gli obiettivi più diffusi sembrano essere quelli di una qualificazione che consenta un rapido accesso al lavoro. Una delle cause di tale afflusso verso scuole professionalizzanti è la posizione sociale delle famiglie, che hanno spesso il lavoro ed il salario come bisogno ed orizzonte immediato. Un'altra causa è lo stile retorico-testuale della didattica più diffusa nella scuola italiana, consistente in lezioni frontali, spiegazioni orali, letture e testi da memorizzare e ripetere, riassunti, scrittura di testi, esercizi ripetitivi, grande rilevanza attribuita all'esposizione orale (tipicamente nell'interrogazione) e scritta, e lo scarso rilievo delle esperienze laboratoriali. Tale modello, improntato dunque ad un massiccio uso di strumenti linguistici, limita in modo evidente l'accesso di studenti stranieri ad una formazione classica o scientifica che non è aprioristicamente preclusa a studenti di madrelingua italiana. Questo modello risale alla filosofia idealistica che caratterizzava il quadro teorico dei fondatori della scuola italiana, nei primi decenni del secolo XX, e persiste ancora oggi nonostante le obiezioni della ricerca pedagogica e didattica.
Le classi degli istituti professionali sono, così, comunità variegatissime in cui si incontrano tante lingue, culture e modi di vedere. Secondo le ipotesi fondamentali dell'etnomatematica, studio scientifico delle matematiche prodotte dai diversi gruppi socioculturali (D'Ambrosio, 2001), la cultura familiare e l'esperienza scolastica precedente offrono ai nostri studenti schemi e modelli per analizzare e organizzare nelle loro menti le conoscenze, i concetti e le procedure che dovrebbero apprendere nell'educazione formale. Le aspettative di studenti e famiglie e le loro convinzioni sulla scuola, sui processi educativi (incluse la didattica ed i sistemi di apprendimento) e sulla matematica stessa danno un quadro ideale per sistematizzare idee intuitive e congetture provenienti dal contesto di vita reale e dalle proposte scolastiche.
In questa visione l'insegnante che abbia a che fare con classi multiculturali, come appunto accade oggi nelle scuole secondarie tecniche e professionali in Italia, potrebbe essere interessato alle proposte spontanee di concetti e procedure che emergono dagli studenti o da competenze apprese al di fuori della scuola, al fine di valorizzarle nell'azione didattica e identificare eventuali misconcezioni e modelli parassiti da far evolvere.

2 Gli studenti e lo strumento di indagine

Nell'anno scolastico 2007 una scheda contenente operazioni aritmetiche venne proposta ad un campione di 50 studenti appartenenti a due classi prime di un istituto professionale meccanico ed elettronico di Bologna (Italia settentrionale). Tali dati non sono mai stati analizzati prima d'ora, ma possono risultare interessanti anche alla luce di un confronto con indagini analoghe attuali.
Gli studenti avevano 13 o 14 anni. 25 di loro provenivano da famiglie italiane, 25 da famiglie immigrate (6 dalle Filippine, 5 dal Marocco, 4 dalla Romania, 2 dal Ban-

gladesh, 2 dall'Eritrea, 2 dalla Tunisia, 1 da Capo Verde, 1 dall'India, 1 dalla Polonia, 1 dallo Sri Lanka). 16 di questi ultimi avevano studiato in scuole italiane almeno nei precedenti 3 anni mentre 9 erano "NAI" (Neo arrivati in Italia), con grandi problemi linguistici e uno status particolare (potevano seguire corsi di lingua speciali e venivano sottoposti ad una valutazione biennale) ai sensi di un'apposita legge (DPR 394/1999). La maggior parte dei 25 studenti "immigrati" viveva in piccoli comuni di montagna o nel territorio e aveva esperienze lavorative nell'allevamento, nel commercio o nell'artigianato.

La maggior parte degli studenti "italiani" era costituita da migranti interni provenienti dalle regioni meridionali, soprattutto Puglia, Campania e Sicilia.

Molti di questi studenti presentavano inoltre problemi specifici di apprendimento, DSA, disabilità o difficoltà socio-economiche, cosa del resto diffusissima in quella scuola.

La scheda venne proposta nel novembre 2007, dopo un mese e mezzo dall'inizio delle lezioni e consisteva in 5 operazioni. La consegna era "Calcola nel modo che preferisci queste operazioni: 152 + 37; 341 – 73; 137 × 12; 105 : 15; 231 : 23". Questi numeri erano stati scelti in modo da sfavorire il ricorso al calcolo mentale, per far sì che gli studenti usassero algoritmi scritti.

Nella scheda erano poi presenti due domande a risposta chiusa che miravano a determinare il loro atteggiamento nei confronti della materia e il loro senso di autoefficacia: "Ti piace la matematica?", "Sei bravo in matematica?". Si trattava di domande chiuse, che non richiedevano ulteriori motivazioni, dato che quest'ultime avrebbero necessitato di competenze linguistiche maggiori rispetto a quelle possedute dagli allievi.

Gli insegnanti assicurarono oralmente che non si trattava di una verifica con valutazione, quindi gli studenti erano liberi di scrivere ciò che realmente pensavano e sentivano. L'unica richiesta è stata di scrivere ogni passaggio per far capire come facevano i calcoli.

L'obiettivo era quello di riconoscere un eventuale uso di algoritmi il più possibile spontanei tratti dal contesto familiare o dall'esperienza scolastica precedente e ricercare qualche correlazione con atteggiamenti positivi o negativi nei confronti della materia.

3 Le aspettative e i risultati

Si prevedeva che non si sarebbero rilevate significative differenze negli algoritmi di addizione e sottrazione, ma che se ne sarebbero notate molte nelle moltiplicazioni e divisioni.

Un'altra ipotesi era che i 25 studenti di famiglia italiana avrebbero usato gli algoritmi usualmente insegnati nella scuola locale, mentre i 9 appena arrivati in Italia avrebbero prodotto qualcosa di diverso, derivato dal loro contesto culturale d'origine; infine i 16 studenti di famiglia di cultura non italiana ma che avevano studiato in Italia avrebbero potuto scegliere tra le proposte della cultura familiare e gli algoritmi studiati a scuola.

Vediamo nella **Tabella 1** che cosa è emerso dall'analisi dei risultati della prima operazione proposta: 125 + 37:

Operazione 1: 125 + 37	Usa l'algoritmo insegnato in Italia	Usa altri algoritmi	Scrive solo il risultato	Non calcola	Errori
Famiglia italiana	15 (30%)	0	10 (20%)	0	1 (2%)
Famiglia non italiana ma studi in Italia	12 (24%)	0	3 (6%)	1 (2%)	0
Appena arrivati	8 (16%)	0	1 (2%)	0	1 (2%)
TOTALI	35 (70%)	0	14 (28%)	1 (2%)	2 (4%)

Tabella 1
Risultati ottenuti dall'operazione 125 + 37.

Per l'addizione nessuno studente ha usato algoritmi diversi da quello insegnato usualmente in Italia. Si noti che molti studenti (il 28%) non mostrano l'algoritmo utilizzato.

Vediamo i risultati ottenuti per la sottrazione 341 - 43 (Tabella 2):

Operazione 2: 341 – 43	Usa l'algoritmo insegnato in Italia	Usa altri algoritmi	Scrive solo il risultato	Non calcola	Errori
Famiglia italiana	15 (30%)	0	10 (20%)	0	15 (30%)
Famiglia non italiana ma studi in Italia	11 (22%)	0	4 (8%)	1 (2%)	11 (22%)
Appena arrivati	7 (14%)	0	2 (4%)	0	7 (14%)
TOTALI	33 (66%)	0	16 (32%)	1 (2%)	33 (66%)

Tabella 2
Risultati ottenuti dall'operazione 341 - 43.

Anche in questo caso nessuno usa algoritmi diversi da quelli tradizionali italiani e un numero maggiore di studenti, pari al 32%, non mostra l'algoritmo utilizzato. Si verificano molti errori (66%) soprattutto legati al prestito: mentre quasi tutti riconoscono la necessità del prestito per la sottrazione tra unità, ben 26 (il 52%) dimenticano di aver tolto una decina dal minuendo quando la sottrazione è tra le decine, e scrivono 4 – 4 = 0. Gli altri 7 commettono errori meno chiari da decodificare, forse dovuti a mancanza di attenzione.

Esaminiamo i risultati della moltiplicazione 137 × 12 (**Tabella 3**):

Operazione 3: 137 × 12	Usa l'algoritmo insegnato in Italia	Usa altri algoritmi	Scrive solo il risultato	Non calcola	Errori
Famiglia italiana	18 (36 %)	0	7 (14 %)	0	18 (36 %)
Famiglia non italiana ma studi in Italia	13 (26 %)	0	3 (6 %)	0	13 (26 %)
Appena arrivati	8 (16 %)	0	1 (2 %)	0	8 (16 %)
TOTALI	39 (78 %)	0	11 (22 %)	0	39 (78 %)

Tabella 3
Risultati ottenuti dall'operazione 137 × 12.

Anche in questo caso non vengono scelti algoritmi particolari. 39 studenti scrivono quello usualmente insegnato nelle scuole italiane, mentre 11 omettono l'algoritmo scrivendo solo il risultato. 8 di questi ultimi sbagliano, non permettendoci di interpretare i loro errori, gli altri 31 errori sono di varia natura, in buona parte derivati dall'errato incolonnamento dei due prodotti parziali da sommare.

Si riportano di seguito i risultati della divisione 105 : 15 (**Tabella 4**):

Operazione 4: 105 : 15	Usa l'algoritmo insegnato in Italia	Usa altri algoritmi	Scrive solo il risultato	Non calcola	Errori
Famiglia italiana	10 (20%)	2 (4%)	8 (16%)	5 (10%)	0
Famiglia non italiana ma studi in Italia	7 (14%)	2 (4%)	4 (8%)	3 (6%)	2 (4%)
Appena arrivati	2 (4%)	4 (8%)	3 (6%)	0	2 (4%)
TOTALI	19 (38%)	8 (16%)	15 (30%)	8 (16%)	4 (8%)

Tabella 4
Risultati ottenuti dall'operazione 105 : 15.

Compaiono i primi algoritmi non insegnati in Italia, che esamineremo successivamente, ma la reticenza a mostrare il procedimento resta al 30% e l'omissione totale al 16%. Gli errori sono pochi e forse legati alla confusione che si manifesta nel corso dell'algoritmo sulle posizioni in cui scrivere i risultati parziali via via calcolati.

Riportiamo di seguito i risultati della divisione 231 : 23 (**Tabella 5**):

Operazione 5: 231 : 23	Usa l'algoritmo insegnato in Italia	Usa altri algoritmi	Scrive solo il risultato	Non calcola	Errori
Famiglia italiana	13 (26%)	0	5 (10%)	7 (14%)	3 (6%)
Famiglia non italiana ma studi in Italia	9 (18%)	0	3 (6%)	4 (8%)	4 (8%)
Appena arrivati	2 (4%)	2 (4%)	3 (6%)	2 (4%)	5 (10%)
TOTALI	24 (48%)	2 (4%)	11 (22%)	13 (26%)	12 (24%)

Tabella 5
Risultati ottenuti dall'operazione 231 : 23.

Anche in questo caso compaiono alcuni algoritmi alternativi a quelli tradizionali italiani, ma in sorprendente bassa quantità. Questa operazione deve essere stata percepita come particolarmente complessa, almeno a giudicare dall'alto numero di reticenze che portano a scrivere solo il risultato (22%) e omissioni totali (26%). Sono molti anche gli errori emersi (24%).

Veniamo ai risultati delle domande a risposta chiusa. La prima era "Ti piace la matematica?" (**Tabella 6**).

Domanda 6: "Ti piace la matematica?"	Si	No	Non risponde
Famiglia italiana	12 (24%)	11 (22%)	2 (4%)
Famiglia non italiana ma studi in Italia	7 (14%)	6 (12%)	3 (6%)
Appena arrivati	6 (12%)	1 (2%)	3 (4%)
TOTALI	25 (50%)	18 (36%)	8 (14%)

Tabella 6
Risposte alla domanda: "Ti piace la matematica?".

La seconda domanda posta era “Sei bravo in matematica?”. Si riportano di seguito i risultati (Tabella 7):

Domanda 7 “Sei bravo in matematica?”	Si	No	Non risponde
Famiglia italiana	16 (32%)	8 (16%)	1 (2%)
Famiglia non italiana ma studi in Italia	7 (14%)	6 (12%)	3 (6%)
Appena arrivati	2 (4%)	4 (8%)	3 (4%)
TOTALI	25 (50%)	18 (36%)	7 (14%)

Tabella 7
Risposte alla domanda: “Sei bravo in matematica?”.

Metà degli studenti afferma di essere bravo in matematica e di apprezzarla, dati che sembrano contrastare con il notevole numero di omissioni e di errori rilevati nelle domande precedenti.

4 Considerazioni critiche

Il dato più sorprendente che emerge da queste rilevazioni è l’alto numero di omissioni, cioè di casi in cui gli allievi non scrivono risultati o li scrivono omettendo gli algoritmi con cui li hanno ottenuti. Per spiegare questa situazione possiamo ricorrere ad una delle più potenti teorie sulle dinamiche di classe, cioè quella del *contratto didattico* di Guy Brousseau, colui che è ritenuto il fondatore della moderna didattica della matematica. Del contratto didattico, l’autore afferma:

> «L’insegnante è dunque implicato in un gioco con il sistema delle interazioni dell’allievo con i problemi che egli propone. (…) Il contratto didattico è la regola del gioco e la strategia della situazione didattica».
>
> (Brousseau, 2008, p. 3)

Ci sono alcune *clausole* implicite che provengono dalle mutue interazioni, dalla reciproca osservazione e generalizzazione di ciò che accade in classe, dalle interpretazioni di affermazioni dell’insegnante o del libro di testo, da opinioni ed aspettative sulla matematica, sulla scuola e sulla didattica.
Una diffusa clausola implicita che può aver inciso sulle risposte degli studenti è la seguente: “A scuola si usano solo procedimenti e concetti appresi a scuola e niente altro”. Essa crea un solco tra il mondo della scuola e la realtà sociale circostante e limita la fantasia degli studenti nel risolvere problemi e nell’immaginazione.

In questo modo si potrebbero creare negli allievi due idee assai pericolose: che la matematica sia qualcosa di avulso dalla realtà, e in particolare dalla loro realtà e che il loro sentire matematico, il modo per loro più immediato di affrontare i problemi e di modellizzare i fenomeni sia di scarso valore, e con esso anche tutto il mondo che essi costruiscono sulla base della loro cultura d'origine.
Nel nostro caso, nonostante gli insegnanti tentassero di assicurare che durante quei calcoli gli studenti erano liberi di scegliere l'algoritmo, l'imperativo implicito sopra riportato continuava a far sentire il suo potere, svalutando le conoscenze e competenze del loro ambiente familiare.

5 Gli algoritmi emersi

Esaminiamo alcuni degli algoritmi scritti dagli studenti. In alcuni casi le differenze rispetto alle scelte più diffuse nella scuola italiana sono solo grafiche, come il meno nell'esempio che è prima del sottraendo (**Figura 1**), laddove nella scuola italiana si mette solitamente a destra del minuendo. Manca anche l'uguale che solitamente si scrive a destra del sottraendo.

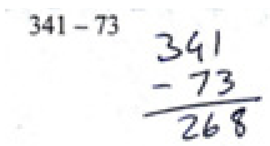


Figura 1
Esempio di algoritmo della sottrazione.

Gli algoritmi per addizioni e sottrazioni sono fondamentalmente gli stessi per tutti gli studenti esaminati. Ci sono differenze più cospicue nell'algoritmo di divisione. Si vedano i seguenti esempi (**Figura 2**):

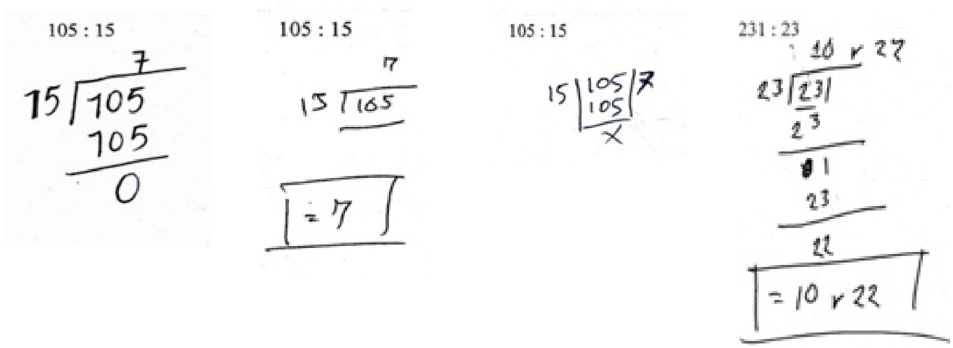


Figura 2
Esempi di algoritmi della divisione.

Prima di esaminarli dettagliatamente ricordiamo che nella scuola elementare italiana si insegna agli allievi l'algoritmo a *danda*, che risale ai libri contabili dei primi del quindicesimo secolo. La versione più usata è quella breve. Si riportano due esempi di seguito (**Figura 3**):

Divisione corta *a danda*

dividendo	2 3 1	2 3	divisore
resto	1	1 0	quoziente

Divisione lunga *a danda*

dividendo	2 3 1	2 3	divisore
	2 3	1 0	quoziente
resto	= = 1		

Figura 3
Esempi di algoritmi della divisione a *danda*.

Solitamente gli studenti delle scuole italiane apprendono con fatica questo algoritmo, per dimenticarlo presto appena hanno l'opportunità di usare macchine calcolatrici. Esso risulta complesso anche perché contiene diversi sottoalgoritmi di sottrazione, addizione e controllo.

Esaminiamo in dettaglio gli algoritmi riportati in **Figura 2**; per quanto concerne il primo:

Scriviamo il dividendo 105 ed il divisore 15 come nello schema qui sotto.
Cerchiamo quante volte il 15 sta nel 105. Vediamo se possiamo cominciare solo con le prime cifre.
Il 15 nell'1 e nel 10 non ci può stare, quindi consideriamo tutto il 105.

1 5	1 0 5

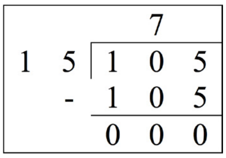
Tentiamo di moltiplicare 15 per qualche numero per ottenere dei numeri vicini a 105 ma minori: dopo qualche tentativo scopriamo che 105 × 7 = 105.
Scriviamo 7 sopra la riga.

	7
1 5	1 0 5

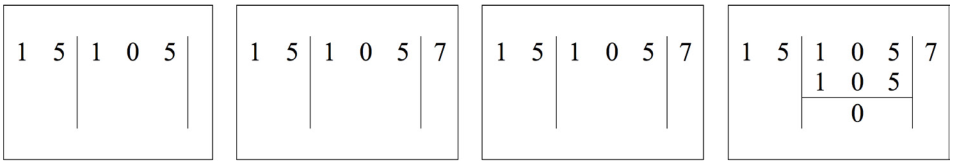
Moltiplichiamo 15 × 7 = 105 e scriviamo questo numero sotto il dividendo.

	7
1 5	1 0 5
	1 0 5

Facciamo la sottrazione tra il dividendo e il numero ottenuto.
Dato che abbiamo ottenuto un resto minore del divisore (0 < 15) abbiamo finito e possiamo concludere che 105 = 105 × 7.

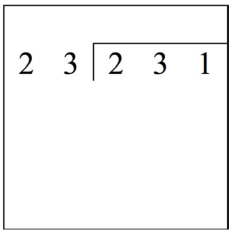


Il secondo algoritmo della **Figura 2** è uguale al precedente, se non per qualche dettaglio grafico.
Il terzo algoritmo della **Figura 2** differisce per quanto concerne la posizione del quoziente:

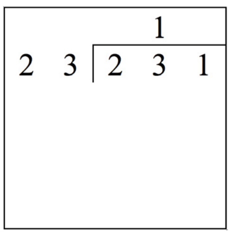


Lo studente al posto dello 0 finale ha scritto una X.
L'ultimo algoritmo della **Figura 2** mostra un uso errato dell'algoritmo della **Figura 1**. La forma corretta sarebbe la seguente:

Scriviamo dividendo e divisore nelle consuete posizioni.



Consideriamo le prime due cifre perché sufficienti. Nel 23 il 23 ci sta 1 volta e scriviamo questo numero sopra la riga.



Il quoziente trovato, 1 moltiplicato per il divisore 23 fa 23, che scriviamo sotto il dividendo parziale 23. Facciamo la sottrazione e troviamo 0 indicato sotto l'apposita riga.

				1	
2	3	|	2	3	1
			2	3	
				0	

Abbassiamo l'ultima cifra del dividendo, 1. Il nuovo dividendo è 1. 23 ci sta 0 volte. Scriviamo 0 al di sopra della riga.

				1	
2	3	|	2	3	1
			2	3	
				0	1

0 × 23 = 0 che scriviamo sotto il dividendo. È qui che lo studente ha sbagliato, moltiplicando per il divisore il quoziente precedente 1.
La sottrazione dà sempre 1. Questo numero è minore del divisore e quindi abbiamo finito. Il resto è 1.

				1	0
2	3	|	2	3	1
			2	3	
				0	1
				0	0
					1

6 Socializzazione di conoscenze e pratiche

Nel caso della presente indagine, dopo aver esaminato le schede compilate dagli studenti, gli insegnanti delle due classi coinvolte scelsero alcuni algoritmi, in particolar modo per la divisione ed invitarono chi li aveva scritti a spiegarli pubblicamente. Questa era la prima fase di un'attività di socializzazione di conoscenze e pratiche individuali tratte da particolari contesti familiari o da esperienze personali. L'obiettivo era quello della costruzione collettiva di una nuova cultura scolastica, propria di quelle due classi.
Naturalmente la spiegazione non bastò perché gli altri studenti potessero assimilare il nuovo algoritmo, così si proseguì con un'attività per gruppi, in cui quattro studenti per gruppo lavoravano per realizzare una presentazione di un algoritmo, con qual-

che giustificazione matematica ed alcuni esempi numerici.
Ciò permise successivamente una discussione su questi e altri elementi matematici che caratterizzano alcune delle culture rappresentate in quelle classi. Riflettemmo poi insieme anche sui modelli di scuola.
In questo modo un variegato gruppo di studenti (1 "esperto" bengalese, 1 di famiglia tunisina e 2 italiani) fece una presentazione sulla scuola in Bangladesh con fotografie che mostravano scuole bengalesi di ambiente urbano, organizzate su modelli inglesi, e scuole rurali costruite con pannelli in asbesto, con studenti seduti su grandi tappeti che scrivevano su lavagnette e contavano con i bastoncini numerici. In questa presentazione è stato anche esposto un sistema di conteggio digitale, con algoritmi di addizione e sottrazione, molto diffuso nel subcontinente indiano. Nella figura seguente sono riportate alcune immagini tratte dal lavoro degli studenti:

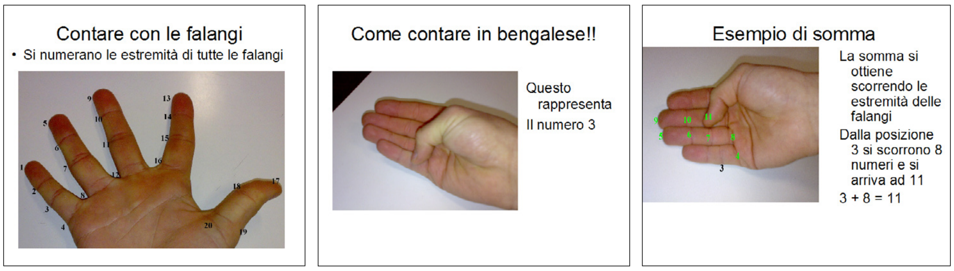


Figura 4
Sistema di conteggio digitale bengalese.

Questo sistema è legato alla religione islamica e viene insegnato ai bambini dai 6 o 7 anni per consentire loro di non confondersi nell'enumerazione liturgica dei 99 nomi di Dio, che ne costituiscono altrettanti importanti attributi. La mano è usata, cioè, come il rosario nel cattolicesimo. La rappresentazione numerale si basa sul principio del successivo (4 è rappresentato dalla quarta giuntura toccata) e, dunque, unisce aspetti cardinali ed aspetti ordinali dei numeri naturali e presenta i due consueti limiti strutturali di ogni sistema di questo tipo: la difficoltà di rappresentare lo 0 ed il limite del massimo numero rappresentabile, che è 40. Per conteggiare 99 nomi si devono fare più di 2 giri. I bambini pakistani, indiani e bengalesi sono molto rapidi con le dita nello scorrere avanti per sommare e indietro per sottrarre, avendo in quest'ultimo caso cura di non uscire dall'insieme dei naturali.

Un altro gruppo di studenti lavorò sulle tecniche di calcolo digitali molto comuni nella scuola filippina per moltiplicare rapidamente numeri naturali in uno specifico intervallo (da 6 a 10). Le immagini della **Figura 5**, tratte dalle presentazioni mostrate in classe, ne spiegano il funzionamento.

Figura 5
Tecniche di calcolo digitali usate nella scuola filippina.

Un altro gruppo espose un algoritmo ghanese (detto *onko*) per calcolare il minimo comune multiplo di numeri naturali, su suggerimento di uno studente ghanese di un'altra classe che aveva sentito che qualcuno stava cercando algoritmi interessanti.

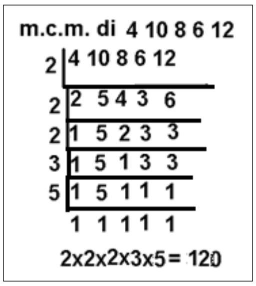


Figura 6
Algoritmo ghanese (detto *onko*) per calcolare il minimo comune multiplo.

Seguiamo l'algoritmo passo passo. Vogliamo scoprire il minimo comune multiplo di 4, 10, 8, 6 e 12. Si noti che il loro ordine non ha alcuna importanza. Si devono trovare i numeri primi che compongono tutti questi numeri senza fare la scomposizione di ognuno.

Scritti i numeri a destra di una riga scriviamo un numero primo che certamente divide il 4 (che è scritto in prima posizione). 2 divide 4 e lo scriviamo.

2	4	10	8	6	12

Dividiamo i numeri che abbiamo per il numero trovato, 2, e scriviamo i quozienti al di sotto. Se un numero non si divide lo scriviamo sotto tale quale. In questo caso non succede.

2	4	10	8	6	12
	2	5	4	3	6

2 divide il primo numero, 2, e lo scriviamo al di qua della riga. Facciamo la divisione come nel passo precedente di tutti i numeri della riga per il numero trovato. 5 e 3 li scriviamo semplicemente sotto.

2	4	10	8	6	12
2	2	5	4	3	6
	1	5	2	3	3

2 divide ancora uno dei numeri della riga, per cui ripetiamo la divisione.

2	4	10	8	6	12
2	2	5	4	3	6
2	1	5	2	3	3
	1	5	1	3	3

2 non divide più nessun numero. Passiamo a 3.

2	4	10	8	6	12
2	2	5	4	3	6
2	1	5	2	3	3
3	1	5	1	3	3
	1	5	1	1	1

3 non divide più nessun numero. Passiamo a 5.
Dopo la divisione restano solo degli 1: abbiamo finito.

2	4	10	8	6	12
2	2	5	4	3	6
2	1	5	2	3	3
3	1	5	1	3	3
5	1	5	1	1	1
	1	1	1	1	1

Moltiplichiamo i numeri trovati sulla colonna di sinistra e sotto l'ultima riga e abbiamo il minimo comune multiplo cercato.

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$$

Per meglio apprezzare l'impegno di questi studenti si consideri che nel 2007 i giovani in Italia non avevano l'attuale familiarità con le reti informatiche o social media e che quasi nessuno aveva telefonini in grado di reperire informazioni. Questi ragazzi hanno ricordato la loro esperienza, hanno chiesto alle loro famiglie o in qualche caso hanno persino telefonato in paesi lontani.

7 Conclusioni

Le attività di socializzazione delle conoscenze tratte dai diversi contesti hanno accresciuto la conoscenza dell'intera comunità di allievi e insegnanti in quella scuola e hanno fatto sentire agli studenti di cultura non italiana che la scuola come istituzione era interessata alla loro cultura familiare. Hanno, cioè, percepito il nostro rispetto e la nostra attenzione verso la loro storia e le loro origini; contrastando la rottura tra casa e scuola si è costruito un sapere matematico comune particolarmente ricco, in cui ogni studente potesse riconoscere una parte di sé.
Gli aspetti epistemologici di una tale pratica sono molteplici: gli allievi arrivano a scuola con una visione del mondo che traggono dalla loro esperienza diretta e dall'ambiente culturale in cui vivono ricca di conseguenze sul piano scientifico e matematico; da essi gli allievi costruiscono una loro epistemologia.
Anche l'insegnante ha la sua epistemologia, costruita tramite personali esperienze, i suoi studi e le sollecitazioni del suo ambiente. Dato che esso contiene quantomeno una buona parte di studi formali, questa epistemologia è ricca di conoscenze, abilità, competenze ed istanze proprie della matematica accademica.
La scuola è inoltre un ambiente molto sollecitato dalle esigenze e richieste del contesto culturale locale e nazionale e da tutte le istituzioni culturali, in primis quelle in cui si prevede che gli studi proseguano o che arrivino cittadini dotati di particolari competenze. Essa è il luogo in cui le diverse epistemologie possono e debbono incontrarsi.
Riteniamo quindi che la scuola multiculturale di oggi abbia tra i suoi tanti compiti anche quello di costruire ponti tra epistemologie diverse nel senso di una comune e più generale visione della scienza e della vita e in questo la matematica può rappresentare un significativo veicolo di condivisione e unione.

Bibliografia

Booker, B., & Windsor, W. (2005) An Historical Analysis of the Division Concept and Algorithm Can Provide Insights For Improved Teaching of Division. In B. Bartlett, F. Bryer & D. Roebuck (Eds.), *Stimulating the "action" as participants in participatory research*. Volume 3 (pp. 172-184). Brisbane: Griffith University.

Brousseau, G. (2008). *Ingegneria didattica ed epistemologia della matematica*. Bologna: Pitagora.

Colombo, M., & Ongini, V. (2014). *Alunni con cittadinanza non italiana*. Milano: Fondazione ISMU.

D'Ambrosio, U. (2001). *Etnomatematica*. Bologna: Pitagora.

D'Amore, B. (1999). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.

Ongini, V. (2011). *Noi domani. Un viaggio nella scuola multiculturale*. Bari: Laterza.

Scandiuzzi, P. (2010). Accepting the Other: Different Division Expression. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática, 3*(1), 67-78.

Vygotskij, L. S. (2007). *Pensiero e linguaggio*. Firenze: Giunti.

Autori/Giovanni Giuseppe Nicosia
Nucleo di Ricerca in Didattica della matematica, Bologna – Italia
gg.nicosia@gmail.com