

Recensioni

Peres, E. (2017). *Matematica per comuni mortali*. Milano: Salani.

Ho letto tanti libri di Ennio e ne ho recensiti otto su varie riviste; e lui ha scritto una prefazione a un mio libro di giochi. Tante volte l'ho invitato a tenere conferenze e seminari nei convegni da me organizzati, la prima volta 32 anni fa. Che dire? Il lettore capirà meglio se scrivo la seguente frase: il più grande giocolo d'Italia non smette mai, ancora oggi, di stupirmi.

Intanto quel divertente titolo: "per comuni mortali" ... Chi sarebbero i comuni mortali? Sono coloro che hanno intuito il mondo affascinante che c'è dietro la matematica, la definizione è data nel risguardo della pagina 1 della copertina.

E poi, che cosa contiene questo libro? Le "solite" cose ...

Una lunga, piacevole, brillante introduzione sulla matematica vista con gli occhi seri della storia, severi del professore (ex, in questo caso), divertiti del giocolo.

E poi sette capitoli, i cui titoli dicono tutto.

1. *Numeri curiosi*, una raccolta di curiosità che non possono che sbalordire gli amanti dei misteri delle cifre e incuriosire coloro che credono di odiare la matematica.

2. *Pura logica*, una bella raccolta di giochi alla Gardner, con soluzioni a volte inattese; per sicurezza Ennio dà sempre la soluzione, alla fine di ogni capitolo.

3. *Pensiero laterale*, una divertente e profonda raccolta di proposte di indovinelli alla De Bono, per risolvere i quali occorre una bella dose inventiva; molti di questi hanno più soluzioni; per esempio, caro Ennio, quella che dai a pag. 67 per l'esercizio 3.1. proposto a pagina 56, ha un'alternativa fantastica e coerente ...

4. *Lampo di genio*, proposte nelle quali serve assai poca matematica (e, quella che serve, estremamente elementare), ma molto acume.

5. *Magia matematica*, trucchi alla portata di tutti, con i quali si possono stupire gli amici durante un'altrimenti noiosa riunione, vera e propria magia (in questo genere di attività, Ennio è sempre stato un maestro di livello mondiale); alcuni di queste magie hanno 700 anni e più, pensa un po' ...

6. *Paradossi matematici*, nei quali si mescola l'intuizione, che viene severamente sfidata, la capacità di vedere, alcune nozioni di aritmetica e di geometria che, talvolta, giocano al contrario.

7. *Strategie ottimali*, basato sui principi più elementari della teoria dei giochi, forse il più matematico di tutti, ma anche il più formativo.

Segue una breve bibliografia.

Sei un insegnante di matematica, di non importa qual livello scolastico, dalla scuola primaria all'università? I tuoi allievi a volte manifestano noia o rifiuto della matematica? Dedica 20 minuti a settimana ai giochi matematici, sorprendi i tuoi studenti, divertili, appassionati; a parte che impareranno più matematica in quei 20 minuti che nel restante tempo, di certo vedranno la matematica con occhi nuovi. Ti chiederanno: «Ma prof, interroga su queste cose? Rientrano nella valutazione?» E tu dirai: «Certo, perché è matematica per davvero, ma la valutazione non sarà fatta sulla base di interrogazioni, creerate voi giochi analoghi e li proporrete a casa e ai compagni e agli amici».

I tuoi allievi sono ghiotti divoratori di matematica, pendono dalle tue labbra quando fai lezione, adorano eseguire esercizi in quantità e si divertono tanto a farli? Premiali, mostra loro questi giochi, queste curiosità, queste ghiottonerie, e lascia che si entusiasmino ancora di più, scoprendo un lato troppo spesso nascosto della nostra meravigliosa disciplina.

In entrambi i casi, ringrazierai poi Ennio, il matemagico.

Bruno D'Amore

Universidad Distrital Francisco José de Caldas,
Bogotá, Colombia

Piergiorgio Odifreddi (2017). *Dalla terra alle lune. Un viaggio cosmico in compagnia di Plutarco, Keplero e Huygens*. Milano: Rizzoli.

Nel 2011 uscì un film di Martin Scorsese, *Hugo Cabret*, un vero capolavoro, che fruttò al regista statunitense il premio come miglior regista al *Golden Globe* 2012 e 5 statuette Oscar su 11 nomination ai *Premi Oscar* 2012. Il protagonista è un dodicenne orfano che vive in una stazione ferroviaria a Parigi, nascosto a tutti, che revisiona gli orologi e ruba quotidianamente quel poco che gli serve per vivere. Hugo ha un profondo legame con un robot rotto che gli ha lasciato il padre e che domina tutta la storia del film, automa che egli deve/vuole riparare ad ogni costo. Realmente il costruttore del robot è l'anziano Georges Méliès, interpretato da un superbo Ben Kingsley, proprietario-gestore di un chiosco di giocattoli nella stessa stazione. Parte del film è appunto dedicata alla rivalutazione di Méliès sia da parte delle autorità, sia della critica cinematografica che, all'inizio della sua carriera, l'aveva stroncato e che ora, finalmente, riconosce la sua genialità.

Come, lettore, non ti ricordi il nome di Georges Méliès? Perbacco, è l'autore del film muto *Viaggio nella Luna* del 1902, il primo (vero) film di fantascienza del mondo, ispirato a *Dalla Terra alla Luna* e *Intorno alla Luna* di Jules Verne, del 1865 e 1870, e al romanzo di Herbert George Wells *I primi uomini sulla Luna* del 1901.

Non ti viene ancora in mente? Lo conosci di sicuro, almeno una scena iniziale del suo film è stata vista da tutti: il razzo lanciato dalla Terra si va a infilare nell'occhio destro del faccione umano che rappresenta la Luna, una scena che è parte integrante della storia del cinema.

Un altro grande omaggio alla produzione cinematografica di Méliès è stata fatta dal regista italiano Maurizio Michetti nel film *Domani si balla* (1983) (con Mariangela Melato e Paolo Stoppa) nel quale esseri extraterrestri, che ricordano in tutto e per tutto i personaggi di Méliès, svaniscono in una nuvola di fumo, uccisi dal suono delle parole che giungono loro dalla Terra, inviate da una stazione televisiva.

Se sei un appassionato della serie *I Simpson*, ricorderai forse il film numero 21 della ventunesima stagione, nel quale si propone una parodia del film. (C'è più matematica nei Simpson che in un testo di algebra per i licei ...). Ma allora ti piace forse anche la serie *Futurama*; nella prima stagione, nel secondo film, il robot alcolista Bender infila una bottiglia nell'occhio sinistro del faccione di un funzionario travestito da Luna, evidente riferimento a Méliès.

Che cosa c'entra tutto ciò con il libro di Odifreddi? È che quando leggo qualcosa che mi entusiasma, non so trattenermi e comincio a tessere ragnatele che uniscono mondi. E, certo, questa è stata per me una delle letture più entusiasmanti degli ultimi anni.

Il gigante Plutarco ha scritto, circa nell'anno 70, dunque giovanissimo, il famoso (ma non abbastanza) testo *Il volto della Luna* dal quale, a parte ingenuità che generosamente Odifreddi definisce "giovanili", possiamo ancora attingere molte informazioni sulla cultura greca. Chi ha letto questo dialogo e, più in generale, l'opera di Plutarco? Di certo Copernico, Kepler, Galileo e Newton, alcuni dei quali si lasciano andare a plagii, come Galileo nel *Sidereus Nuncius* del 1610. E poi Shakespeare che ne usa interi brani e la descrizione di alcuni personaggi; l'Alfieri, ghiotto di notizie sui vari studi dell'antichità; Jean-Jacques Rousseau che esalta Plutarco più volte nei suoi scritti; Michel de Montaigne che usa pedissequamente le notizie elargite dallo stesso Plutarco.

Si tratta del più prolifico scrittore greco, appassionato di mitologia, filosofia e scienza, prima dimenticato e poi celebrato con l'avvento dell'Umanesimo e del Rinascimento; la sua opera più famosa è di certo quel *Vite parallele* che è a dir poco geniale; meno conosciuta, dunque, l'opera citata all'inizio, *Il volto della Luna*, alla quale si devono,

come scrive Odifreddi, «molte informazioni su ciò che i Greci sapevano di meccanica, di ottica e di astronomia: un sapere che andò perduto nel buio dei secoli cristiani, ma che poté essere in seguito ritrovato e rinnovato alla luce dei secoli illuministi».

Nel 1593 un altro giovanotto interessato alle scienze, Johannes Kepler, decide di scrivere un saggio, *Astronomia lunare*, nel quale cerca di rispondere alla seguente domanda: se fossimo sulla superficie lunare, come si vedrebbe il cosmo? E la Terra in particolare? Ma, preso da altre incombenze, non portò a termine questa impresa. Scrisse e pubblicò le sue opere immortali, ben note. Ma, giunto ad una certa età, come suol dirsi per le *personnes agées*, riprese in mano quel sogno giovanile che, appunto, intitolò *Sogno (Somnium)*, che però uscì a stampa postumo (1634), a cura del figlio Ludovico. Come ricorda anche Odifreddi, Jorge Luis Borges lo considera il primo vero romanzo di fantascienza. Ma la stessa cosa hanno sostenuto altri autori, tra i quali il più esperto in questo campo, Isaac Asimov. Il protagonista è un ragazzo islandese che ha una madre strega e che viene informato da un demone dell'esistenza di un'isola (Levania, la Luna); egli allora immagina, come in un sogno, appunto, come si possa vedere la Terra da quell'isola e, più in generale, l'intero firmamento. Lo scopo è divulgativo, affermare e difendere il sistema eliocentrico copernicano.

Nel 1698, già anziano, Christian Huygens pubblica *L'osservatore cosmico*, opera nella quale, facendo esplicito riferimento all'opera di Kepler, si pone lo stesso problema, ma con aspirazioni ancora più vaste; sempre stando sulla Luna, guardare e descrivere la sfera celeste. E poi fare lo stesso con gli altri pianeti del sistema solare. Egli aveva scoperto nel 1655 (a 26 anni) un satellite di Saturno e dunque la sua visione cosmogonica era assai più vasta e completa.

Torniamo al libro di Odifreddi. Che cosa ha pensato di fare il nostro autore? Lo scrive lui stesso: «Ho dunque messo insieme *Il volto della Luna*, il *Sogno* e *L'Osservatore cosmico* come se fossero tre capitoli di un'unica opera collettiva a sei mani. O, parafrasando *Il sogno di Coleridge* di Borges, un archetipo non ancora rivelato agli uomini, un oggetto eterno che sta entrando gradatamente nel mondo: la sua prima manifestazione fu il dialogo di Plutarco, la seconda il racconto di Keplero, la terza il saggio di Huygens».

Un vero e proprio colpo non a sorpresa, che sarebbe troppo, ma certamente adatto ad ammaliare qualsiasi lettore colto e amante delle cose di scienza. Con un risultato che suscita stupore in chi diligentemente legge, lasciandosi dirigere da chi è in grado di ideare simili viaggi culturali.

Questo libro va letto fino in fondo come fosse un romanzo d'avventura, anche perché le ultime pagine riservano al lettore curioso e attento tante sorprese ghiotte.

E adesso, una raccomandazione. Vista la natura di questa rivista è pressoché certo che il lettore di queste righe sia un insegnante di matematica. Ai nostri allievi è sempre meno concesso leggere, perché tutto il mondo che ruota attorno e a volte le nostre stesse indicazioni non vanno in questa direzione. Questo è un libro per professori, non per studenti, ma cela in sé mille preziose e puntuali questioni che un bravo studente curioso può gustare; sarebbe opportuno non sottrargliele.

Bruno D'Amore

Universidad Distrital Francisco José de Caldas,
Bogotá, Colombia

Malvaldi, M. (2017). *Le due teste del tiranno*. Milano: Rizzoli.

Marco Malvaldi è noto e amato da molti (in particolare matematici) per i suoi gialli del Bar Lume, ma non solo per quelli, basti ricordare il delizioso *Buchi nella sabbia*. Nelle storie “dei vecchietti” si intrecciano battute fulminanti, dosi massicce di toscanità, considerazioni di vario tipo, il tutto lungo trame costruite con maestria.

Nei gialli con un protagonista a cui il pubblico si affeziona, si ripete spesso uno schema fisso al momento dello scioglimento dell'intrigo. Per Miss Marple è l'accostamento di qualche elemento della vicenda con qualcosa che è successo nel suo villaggio; per don Matteo è una frase detta in tutt'altro contesto da uno dei personaggi *naïf* che lo circondano. Per Massimo, il “barrista” del Bar Lume, è spesso qualcosa che ha a che fare con la matematica. La matematica serve al protagonista per spiegare la storia e chiarire i legami tra i suoi elementi.

Per il matematico professionista questa caratteristica dei romanzi di Malvaldi è un elemento in più da tenere presente per indovinare l'enigma, talvolta anticipato sottraccia lungo il racconto. Qualche volta gli “spiegoni matematici” possono risultare ostici per il non addetto ai lavori, o pretenziosi per il professionista: non c'è dubbio però che lo stile di Malvaldi affascina e potrebbe essere preso come caso di studio in molte situazioni in cui ci si domanda come comunicare la matematica.

In questo libro, Marco Malvaldi ribalta lo schema. Protagonista è la matematica, e dalla matematica fuoriescono storie. Queste storie servono per spiegare la matematica, e soprattutto per spiegare come i matematici hanno vissuto e vivono il loro mestiere: si parla del senso della ricerca scientifica, di cosa significhi nella realtà vissuta fare matematica da professionisti, di come impatta la matematica anche sulla vita di quelli che vogliono consapevolmente e pervicacemente cancellarla dalla propria vita.

Chi come il sottoscritto o come molti insegnanti cerca faticosamente di costruire un proprio stile e un proprio modo per parlare di matematica, di fronte a questo libro di Malvaldi prova fundamentalmente un sentimento, che riassumo con le parole di Carlo Trivella (matematico, protagonista di un altro romanzo di Malvaldi, *Argento vivo*): Invidia. Invidia verde.

Giorgio Bolondi
Libera università di Bolzano, Italia

D'Amore, B., & Radford, L. (2017). *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos*. Prefacios de: Michèle Artigue y Ferdinando Arzarello. Bogotá: DIE Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Disponible in http://die.udistrital.edu.co/sites/default/files/doctorado_ud/publicaciones/ensenanza_y_aprendizaje_de las matematicas_problemas_semioticos_epistemologicos_y_practicos.pdf

Questo libro, disponibile e gratuito sia in versione cartacea sia in versione pdf, si apre con due prefazioni, dotte e profonde, firmate da due illustri personaggi, studiosi e ricercatori di fama internazionale, entrambi presidenti dell'ICMI (International Commission on Mathematical Instruction), rispettivamente, dal 2007 al 2009, e dal 2013 al 2016: Michèle Artigue (medaglia Félix Klein 2013) e Ferdinando Arzarello (presidente della Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica dal 1998 al 2006). Entrambi i prefatori evidenziano le divergenze e le convergenze dei punti di vista dei

due autori in didattica della matematica; da una parte, l'importanza che entrambi attribuiscono alla dimensione epistemologica, semiotica e sociologica, alla pratica storica e culturale, alla necessità di rivedere alcuni concetti fondamentali, quali il sapere, la conoscenza e l'apprendimento; dall'altra, le loro diverse esperienze, culture didattiche, convinzioni epistemologiche e semiotiche, che alimentano l'impalcatura logica delle loro riflessioni, discussioni, argomentazioni, analisi didattiche, orientando il loro sguardo sul mondo, sulla cultura, sulle situazioni d'aula, sull'insegnamento e sull'apprendimento. È il secondo di una serie di volumi destinati ai ricercatori, agli studenti di dottorato, agli studenti universitari, ai docenti universitari, ai docenti di scuola di qualunque livello, che desiderano approfondire alcuni temi di ricerca di grande attualità e rilevanza a livello internazionale in didattica della matematica. In questo volume i problemi semiotici, epistemologici e pratici relativi all'insegnamento e all'apprendimento della matematica vengono spiegati, interpretati e affrontati dagli autori, Bruno D'Amore e Luis Radford, anche in chiave sociologica e storico-culturale. Si tratta di questioni e problemi fondamentali per la didattica della matematica che ogni docente si pone e deve in qualche modo affrontare per capire le situazioni d'aula e intervenire efficacemente. Certo, il modo di affrontare certe questioni è sempre relativo al contesto sociale e culturale in cui ci si trova a operare e strettamente legato a ipotesi, assunzioni, obiettivi, conoscenze e convinzioni personali o collettive sui processi di insegnamento e apprendimento della matematica, come affermano gli stessi autori e come si evince dalle loro analisi, condotte con impareggiabile maestria ed estrema perizia, da punti di vista differenti ma complementari e convergenti su obiettivi comuni. Le questioni affrontate sono tante. Eccone alcune:

Come concepire il sapere? E la conoscenza? Che cos'è un concetto? Come avviene la concettualizzazione in matematica? Come concepire un oggetto matematico? E l'apprendimento? Come avviene l'apprendimento in matematica? Che cosa si intende per interiorizzazione? E per oggettivazione? Come concepire la soggettività? E l'alienazione? Che struttura ha l'attività matematica? Che cosa si intende per "pratica"? E per "meta-pratica"? Quali tipi di pratiche intervengono nelle attività matematiche? Come affrontare le difficoltà che gli studenti incontrano in tali attività? Con quali strumenti? Come concepire gli ostacoli che si presentano nei processi di insegnamento-apprendimento della matematica? Come interpretare l'errore? Dove si annida il fallimento? In relazione a tutto questo:

Come concepire la formazione universitaria dei docenti di scuola primaria? E quella dei docenti di scuola secondaria? Che cosa dicono le ricerche sulla formazione professionale dei docenti di matematica? E sui corsi di didattica della matematica offerti dalle università e dalle istituzioni scolastiche? A quale tipo di Sapere si fa riferimento nella formazione dei docenti di matematica? Di che tipo è il sapere insegnato? Che cosa si può dire del sapere appreso e del suo uso professionale?

Nelle pagine di questo prezioso volume sono fornite le risposte a queste e a tante altre domande e questioni, sulla base degli studi, delle esperienze dirette e dei lavori di ricerca che hanno reso famosi i due autori a livello internazionale. Risposte tra loro diverse, ma convergenti, così profonde e interessanti che non possono non far riflettere, coinvolgere, stimolare il lettore.

Al lettore, al docente, al ricercatore la scelta della prospettiva o teoria che fornisce gli strumenti più adatti, utili ed efficaci per capire, studiare, gestire e valutare ciò che accade nella propria aula, o nel contesto specifico in cui si trova ad operare.

Maura Iori

Nucleo di Ricerca di Didattica della matematica
Università di Bologna, Italia

Sbaragli, S. & Franchini, E. (2017). *Valutazione didattica delle prove standardizzate di matematica di quinta elementare*. Locarno: Dipartimento formazione e apprendimento.

Questo rapporto, inserito nell'ambito dei lavori del Centro competenze di Didattica della Matematica del Dipartimento formazione e apprendimento della SUPSI di Locarno, può rappresentare uno strumento prezioso per gli insegnanti e gli studenti della scuola elementare e media, in un'ottica di continuità tra i diversi livelli scolastici. Il progetto, promosso dal Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport del Ticino, è volto a valutare le competenze degli allievi ticinesi su alcuni ambiti della matematica e dimostra ancora una volta l'importanza di dare uno sguardo in profondità ai risultati delle prove standardizzate, collegando un'analisi quantitativa fatta da tabelle di percentuali di risposte corrette, errate e mancanti, con un'analisi qualitativa che tenti di indagare le ragioni didattiche di tali risposte. In questo senso si esaminano e discutono i risultati della somministrazione ad allievi di quinta elementare di trenta quesiti afferenti al processo *Matematizzare e Modellizzare* previsto dal *Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese* (2015). Attorno a questo processo viene inizialmente presentato un quadro teorico di riferimento molto ricco e denso di spunti e riflessioni: vengono chiariti i motivi della scelta di concentrarsi su quest'aspetto di competenza; si affronta il legame tra questo aspetto di competenza e la capacità di risoluzione di problemi; vengono infine discusse, con il supporto di una vasta letteratura di ricerca, le difficoltà tipiche legate a questa dimensione del "fare matematica". Il rapporto procede poi con l'analisi didattica dei trenta quesiti e dei risultati ottenuti dalle somministrazioni; tale analisi è organizzata secondo criteri didattici e di specificità del problema dal punto di vista delle caratteristiche matematiche, linguistiche e di processi risolutivi in gioco; è arricchita inoltre da protocolli di studenti.

Per alcuni dei trenta quesiti è stata pensata e realizzata una seconda somministrazione a studenti all'ingresso della prima media, al fine di indagare più nel dettaglio, attraverso interviste individuali, le motivazioni sottostanti alle risposte fornite. In molti casi questa seconda somministrazione, con la rispettiva analisi e comparazione di dati e percentuali, risulta essere illuminante rispetto ai processi risolutivi messi in atto dai ragazzi; in altri casi viene confermato quanto ormai noto da anni nel mondo della ricerca in didattica della matematica per quanto concerne la risoluzione di problemi di matematica, con tutto quello che vi ruota attorno. Viene inoltre confermato il fenomeno, già evidenziato in letteratura, relativo al peggioramento nelle prestazioni degli allievi che ritornano a scuola dopo la pausa estiva: le percentuali di risposte errate degli alunni di prima media sono infatti in diverse occasioni più basse rispetto a quelle di fine quinta elementare. L'insegnante che decidesse di leggere il rapporto potrebbe trovare consigli utili su come implementare nelle attività di risoluzione di problemi una serie di accorgimenti, attenzioni e sensibilità al testo e alla sua formulazione, agli aspetti linguistici, alle fasi di risoluzione ecc. Le due autrici sottolineano spesso, collegando l'analisi dei protocolli ad una vasta letteratura di ricerca, come sia didatticamente importante attivare prassi didattiche che si focalizzino maggiormente sui processi di risoluzione e sulla loro argomentazione e comunicazione, piuttosto che sui prodotti e i risultati di un dato problema. Allo stesso tempo, una sana abitudine all'esaminare gli elaborati prodotti dagli allievi consentirebbe all'insegnante di andare più in profondità rispetto ai loro punti di forza e a eventuali difficoltà e di riflettere su tutta una serie di impliciti interni alla propria azione didattica.

Nelle conclusioni vengono evidenziati i punti di forza e di debolezza emersi. Si confermano e si descrivono tutta una serie di difficoltà critiche: nella comprensione della situazione proposta dal problema e nella trasformazione del testo in un modello matematico (fase *formulare* del ciclo della matematizzazione), nella risoluzione matematica del problema (fase *utilizzare* del ciclo della matematizzazione) e nell'interpretazione dei risultati (fase *interpretare* del ciclo della matematizzazione). Viene infine evidenziata positivamente la ricchezza delle rappresentazioni figurali e simboliche utilizzate dagli studenti nell'approcciarsi alle situazioni problematiche proposte dagli item. Questo documento è dunque pensato, e pensato bene, come strumento per l'insegnante: può essere sfogliato all'occorrenza per trovare spunti e riflessioni inerenti a specifici concetti e nuclei della matematica, può essere letto con attenzione per approfondire nel dettaglio tutta una sfera di tematiche che riguardano l'"essere competenti" (in matematica).

Michele Canducci
Dipartimento formazione e apprendimento
Supsi di Locarno, Svizzera